



Énoncé :

Soit ABC un triangle.

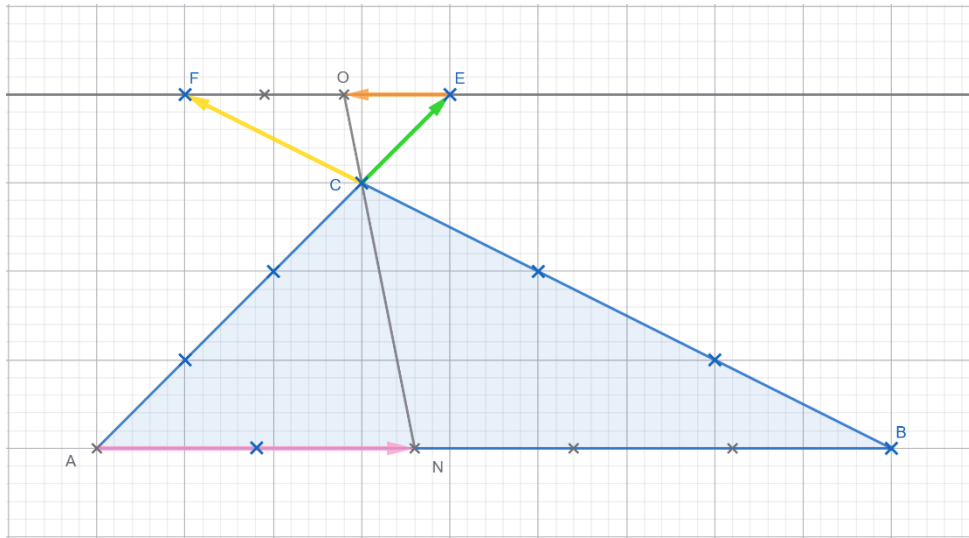
1.a. Construis les points E et F tels que $\vec{CE} = -\frac{1}{3}\vec{CA}$ et $\vec{CF} = -\frac{1}{3}\vec{CB}$.

1.b. Démontre que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

2. a. Construis les points O et N tel que $\vec{EO} = \frac{2}{5}\vec{EF}$ et $\vec{AN} = \frac{2}{5}\vec{AB}$.

2.b. Démontre que les points C, O et N sont alignés.

Correction :



1.b. Démontre que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

$$\vec{CE} = -\frac{1}{3}\vec{CA} \text{ et } \vec{CF} = -\frac{1}{3}\vec{CB}$$

$$\vec{CE} = -\frac{1}{3}\vec{CA}$$

$$\vec{CF} + \vec{FE} = -\frac{1}{3}(\vec{CB} + \vec{BA})$$

$$-\frac{1}{3}\vec{CB} + \vec{FE} = -\frac{1}{3}\vec{CB} - \frac{1}{3}\vec{BA}$$

$$\vec{FE} = \frac{1}{3}\vec{CB} - \frac{1}{3}\vec{CB} - \frac{1}{3}\vec{BA}$$

$\vec{FE} = -\frac{1}{3}\vec{BA}$ donc les vecteurs \vec{FE} et \vec{BA} sont colinéaires d'où les droites (EF) et (AB) sont parallèles. 2.b. Démontre que les points C, O et N sont alignés.



$$\overrightarrow{EO} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EF}; \quad \overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}; \quad \overrightarrow{FE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}; \quad \overrightarrow{CE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CA} \text{ et } \overrightarrow{CF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{EO} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EF}$$

$$\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CO} = \frac{2}{5}\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}\right)$$

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO} = \frac{2}{15}\overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{CO} = \frac{2}{15}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$$

$$\overrightarrow{CO} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA}\right)$$

$$\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$$

$$-\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{CN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$$

$$\overrightarrow{NC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{CO} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA}\right)$$

$$\overrightarrow{CO} = \frac{1}{3} \times \overrightarrow{NC}$$

$\overrightarrow{CO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NC}$ d'où les points C, O et N sont alignés

